

บทที่ 18 เลขยกกำลัง

18.1 นิยาม

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ และ เป็นจำนวนเต็มบวก a ยกกำลัง n หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า

“ a ยกกำลัง n ” จะเขียนแทนด้วย a^n โดยที่

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

มี a ทั้งหมด n ตัว คูณกัน และเรียก a ว่าฐาน n เป็นเลขชี้กำลัง

18.2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณและการหารเลขยกกำลัง

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $a^0 = 1$; $a \neq 0$
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$
5. $(a^m)^n = a^{mn}$
6. $(ab)^m = a^m b^m$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $b \neq 0$
8. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

เลขยกกำลังที่ควรจำ

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$2^5 = 32$	$2^6 = 64$	$2^7 = 128$
$2^8 = 256$	$2^9 = 512$	$2^{10} = 1024$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$
$3^5 = 243$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$	$7^2 = 49$
$7^3 = 343$	$9^2 = 81$	$9^3 = 729$
$11^2 = 121$	$11^3 = 1331$	

ลองทำดู

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- (1) $3^{13} \times 3^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) $5^{15} \times 5^{12} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (3) $\frac{2^8}{2^5} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (4) $\frac{3^{28}}{3^{25}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (5) $110^0 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (6) $a^0 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (7) $5^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (8) $3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (9) $(2^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (10) $(125^4)^8 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (11) $2^5 \times 3^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (12) $11^4 \times 5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (13) $\left(\frac{12}{5}\right)^4 \times \left(\frac{15}{8}\right)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (14) $\left(\frac{42}{9}\right)^2 \times \left(\frac{24}{7}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปอย่างง่าย

(1) $\left((7^{-3})^{-1}\right)^{-2}$

(2) $(5^{2x+1})(5^{2x-1})$

(3) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}$

(4) $\frac{2^5}{4^2}$

(5) $\sqrt[3]{3^3}$

(6) $(4 \times 10^5) \times (3 \times 10^4)$

(7) 4×2^3

(8) $\frac{3^{-4} \cdot 3^2 \cdot 3^{-5}}{3^{-8}}$

(9) $\left[\frac{9a^{-4}b^{-3}}{12a^{-1}b^{-1}}\right]$

(10) $\left[(3^2)^3\right]^5 \div \left[(3^4)^2\right]^5$

(11) $\left(2^5 \times \left(6 \times \left(3 \times 2^4\right)^3\right)^2\right)^2$

(12) $2\sqrt{8} \times \sqrt{40} \times \sqrt{125}$

(13) $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[4]{256}$

(14) $\frac{x^{-1}y^{-1}}{x^{-2}y^{-2}}$

(15) $(x^{-4})^0$

(16) $\left(x \left(x \left(x^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$

(17) $\frac{(5a^3b^2)^{-1}}{3(abc^{-2})^2}$

(18) $\left(3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}}\right)\left(2x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{1}{3}}\right)$

(19) $\left(8^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{4}} \div 2^2\right)^a$

(20) $x\sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{x}$

(21) $\left[\frac{2^3a^5}{3^2b} \times \frac{6c^7}{2a^2}\right] \div \left[\frac{3b^2}{2a^3}\right]^{-2}$

ตัวอย่างที่ 18.1 จงหาค่าของ $\frac{12^5 \times 15^3 \times 6^4 \times 125^2}{18^3 \times 75^2 \times 32^3 \times 27^4}$

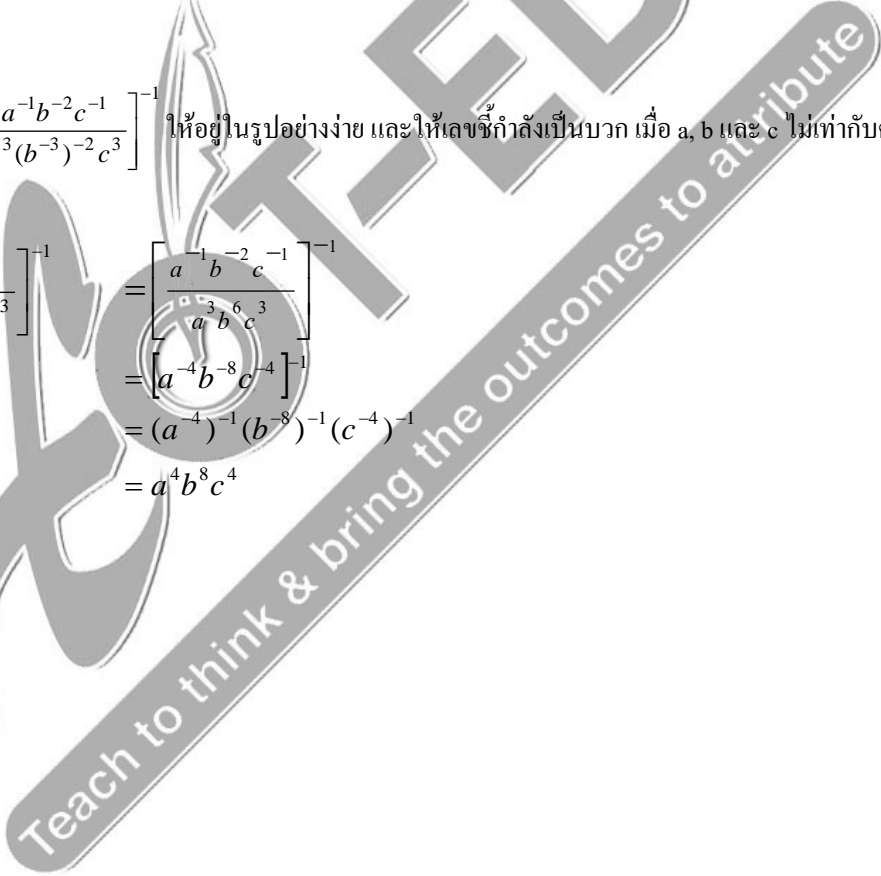
วิธีทำ แยกตัวประกอบให้ฐานเป็นจำนวนเฉพาะก่อน

$$\begin{aligned} \frac{12^5 \times 15^3 \times 6^4 \times 125^2}{18^3 \times 75^2 \times 32^3 \times 27^4} &= \frac{(2^2 \times 3)^5 \times (3 \times 5)^3 \times (2 \times 3)^4 \times (5^3)^2}{(2 \times 3^2)^3 \times (3 \times 5^2)^2 \times (2^5)^3 \times (3^3)^4} \\ &= 2^{10+4-3-15} \times 3^{5+3+4-6-2-12} \times 5^{3+6-4} \\ &= 2^{-4} \times 3^{-8} \times 5^5 \\ &= \frac{5^5}{2^4 \times 3^8} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 18.2 จงเขียน $\left[\frac{a^{-1}b^{-2}c^{-1}}{a^3(b^{-3})^{-2}c^3} \right]^{-1}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย และให้เลขชี้กำลังเป็นบวก เมื่อ a, b และ c ไม่เท่ากับศูนย์

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \left[\frac{a^{-1}b^{-2}c^{-1}}{a^3(b^{-3})^{-2}c^3} \right]^{-1} &= \left[\frac{a^{-1}b^{-2}c^{-1}}{a^3b^6c^3} \right]^{-1} \\ &= [a^{-4}b^{-8}c^{-4}]^{-1} \\ &= (a^{-4})^{-1}(b^{-8})^{-1}(c^{-4})^{-1} \\ &= a^4b^8c^4 \end{aligned}$$



ลองทำดู

จงทำพจน์ต่าง ๆ เหล่านี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ

$$1. \frac{0.12^3 \times 16^{-3} \times (-8)^{\frac{2}{3}}}{100^4 \times 0.054^4}$$

$$2. \left[\frac{4^2 \times 25^3}{2^{-3} \times 5^{-3}} \right]^2 \div \left[\frac{8^3 \times 125^2}{2^3 \times 4^3} \right]^{-3}$$

$$3. \left[\frac{a^{-1} b^{-5} c^3}{a^3 (b^{-2})^3 c^{-3}} \right]^{-1}$$

$$4. \left[\frac{a^{-7} b^{-5} (c^{-2})^{-2}}{(a^{-2})^3 b^5 c^4} \right]^3 \div \left[\frac{(a^{-1})^{-4} (b^{-5})^{-2} c^{-3}}{a^2 (b^{-6})^3 c^{-7}} \right]^{-2}$$

ตัวอย่างที่ 18.3 จงหาค่าของ $\frac{125^{m-3} \times 12^{2m} \times 25^{m+3}}{5^{2(m-1)} \times 3^{2m+1} \times (5^m)^3 \times 2^{2(2m+1)}}$

วิธีทำ ให้แยกส่วนคิด โดย

$$= \frac{5^{3m+2m} \times 2^{4m} \times 3^{2m}}{5^{2m+3m} \times 2^{4m} \times 3^{2m}} \times \frac{5^{-9} \times 5^6}{5^{-2} \times 3 \times 2^2}$$

$$= \frac{5^{-9+6}}{5^{-2} \times 3 \times 2^2}$$

$$= \frac{5^{-9+6+2}}{3 \times 2^2}$$

$$= \frac{1}{3 \times 4 \times 5}$$

$$= \frac{1}{60}$$

ตัวอย่างที่ 18.4 จงหาค่าของ $\frac{2^{n+1} \times 9^{n+2} - 2^{n+2} \times 3^{2(n+1)}}{18^n \times 63}$

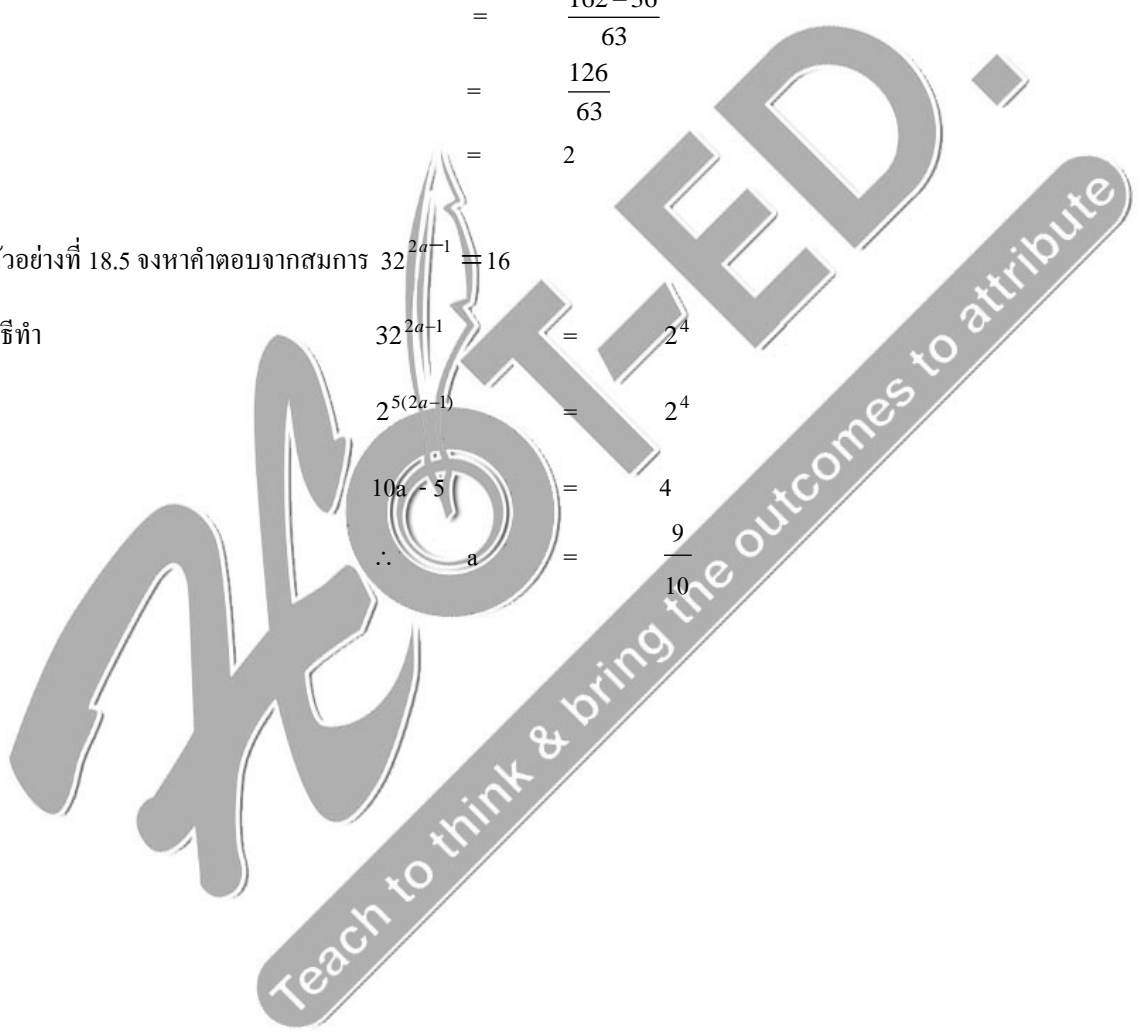
วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{2^{n+1} \times 9^{n+2} - 2^{n+2} \times 3^{2(n+1)}}{18^n \times 63} &= \frac{2^{n+1} \cdot 9^{n+2} - 2^{n+2} \cdot 3^{2n+2}}{(3 \cdot 2)^n \times 63} \\ &= \frac{2^n \cdot 3^{2n} [2 \cdot 81 - 2^2 \cdot 3^2]}{2^n \cdot 3^{2n} \times 63} \\ &= \frac{2^n \cdot 9^n [162 - 36]}{2^n \cdot 9^n \times 63} \\ &= \frac{162 - 36}{63} \\ &= \frac{126}{63} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 18.5 จงหาค่าตอบจากสมการ $32^{2a-1} = 16$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 32^{2a-1} &= 2^4 \\ 2^{5(2a-1)} &= 2^4 \\ 10a - 5 &= 4 \\ \therefore a &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$



ลองทำดู

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

(1) จงหาค่าของ $\frac{49^{m-3} \times 9^{2m} \times 8^{2m+3}}{7^{2(m-1)} \times 3^{4m-1} \times (2^m)^2 \times 2^{2(2m+1)}}$

(2) $\frac{1}{5} \cdot 5^{3n+2} + \frac{(5^3)^{n+1}}{125}$

(3) $\frac{3^n \cdot 5 - 9 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$

(4) $\frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{2^{n+2} - 2^{n-2}}$

(5) $\frac{2^{n+3}}{5^{-n-1}} \times \frac{4^{-n+2}}{5^{n+1}}$

(6) $\frac{5 \times 7^n - 49 \times 7^{n-2}}{7^n - 7^{n-1}}$

(7) $\frac{3^n \times 3^{n-1}}{3^{n+1} \times 3^{n-1}} \times \frac{1}{9^{-n}}$

จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

(1) $\left(\frac{64}{125}\right)^{x-1} = \frac{4}{5}$

(2) $216^{3(4n-8)+2} = 36$

(3) $49^{2(2n-4)-3} = \frac{1}{343}$

(4) $\left(\frac{1}{25}\right)^{5(3n-4)+2} = 625$

